

**Условия дополнительных задач индивидуального ДЗ  
по векторной алгебре для ФН.**

Перед решением каждой задачи студент должен переписать её условие, заменив в нем все красные символы на конкретные данные своего варианта из таблицы, приведенной ниже.

**Дополнительная задача Д1:** В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точки  $E$  и  $F$  принадлежат отрезкам  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно и делят их в указанных отношениях:  $[\ ]$ . Отрезок  $\gamma$  пересекает плоскость  $\pi$  в точке  $M$ . Найти: (а) разложение вектора  $m$  по векторам  $p$  и  $q$ ; (б) отношение  $r$ , в котором точка  $M$  делит отрезок  $\gamma$ .

№ варианта	Отрезки и отношения			плоскость $\pi$	векторы			Искомое отношение $r$
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$		$m$	$p$	$q$	
1	$C_1 D_1$ $C_1 E : E D_1 = 2 : 1$	$AD$ $AF : FD = 1 : 1$	$AE$	$A_1 B F$	$\overline{A_1 M}$	$\overline{A_1 B}$	$\overline{A_1 F}$	$AM : ME$
2	$B_1 C_1$ $B_1 E : E C_1 = 3 : 2$	$AB$ $AF : FB = 2 : 1$	$AE$	$A_1 D F$	$\overline{A_1 M}$	$\overline{A_1 D}$	$\overline{A_1 F}$	$AM : ME$
3	$A_1 D_1$ $A_1 E : E D_1 = 1 : 1$	$AB$ $AF : FB = 2 : 1$	$BE$	$B_1 C F$	$\overline{B_1 M}$	$\overline{B_1 C}$	$\overline{B_1 F}$	$BM : ME$
4	$A_1 D_1$ $A_1 E : E D_1 = 3 : 2$	$CD$ $CF : FD = 1 : 1$	$CE$	$B C_1 F$	$\overline{C_1 M}$	$\overline{C_1 B}$	$\overline{C_1 F}$	$CM : ME$
5	$A_1 B_1$ $A_1 E : E B_1 = 2 : 1$	$BC$ $BF : FC = 2 : 3$	$CE$	$C_1 D F$	$\overline{C_1 M}$	$\overline{C_1 D}$	$\overline{C_1 F}$	$CM : ME$
6	$A_1 B_1$ $A_1 E : E B_1 = 2 : 1$	$AD$ $AF : FD = 1 : 1$	$DE$	$C D_1 F$	$\overline{D_1 M}$	$\overline{D_1 C}$	$\overline{D_1 F}$	$DM : ME$

№ вар.	Отрезки и отношения			плоскость $\pi$	векторы			Искомое отношение $r$
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$		$m$	$p$	$q$	
7	$B_1C_1$ $B_1E : EC_1 = 2 : 1$	$AA_1$ $AF : FA_1 = 3 : 2$	$AE$	$BDF$	$\overline{BM}$	$\overline{BD}$	$\overline{BF}$	$AM : ME$
8	$C_1D_1$ $C_1E : ED_1 = 1 : 1$	$AA_1$ $AF : FA_1 = 2 : 1$	$AE$	$BDF$	$\overline{DM}$	$\overline{DB}$	$\overline{DF}$	$AM : ME$
9	$C_1D_1$ $C_1E : ED_1 = 1 : 1$	$BB_1$ $BF : FB_1 = 3 : 1$	$BE$	$ACF$	$\overline{CM}$	$\overline{CA}$	$\overline{CF}$	$BM : ME$
10	$A_1D_1$ $A_1E : ED_1 = 1 : 2$	$BB_1$ $BF : FB_1 = 2 : 3$	$BE$	$ACF$	$\overline{AM}$	$\overline{AC}$	$\overline{AF}$	$BM : ME$
11	$A_1D_1$ $A_1E : ED_1 = 3 : 1$	$CC_1$ $CF : FC_1 = 2 : 1$	$CE$	$BDF$	$\overline{DM}$	$\overline{DB}$	$\overline{DF}$	$CM : ME$
12	$A_1B_1$ $A_1E : EB_1 = 1 : 3$	$CC_1$ $CF : FC_1 = 2 : 1$	$CE$	$BDF$	$\overline{BM}$	$\overline{BD}$	$\overline{BF}$	$CM : ME$
13	$DD_1$ $DE : ED_1 = 1 : 1$	$B_1C_1$ $B_1F : FC_1 = 2 : 3$	$DF$	$ACE$	$\overline{CM}$	$\overline{CA}$	$\overline{CE}$	$DM : MF$
14	$DD_1$ $DE : ED_1 = 3 : 1$	$A_1B_1$ $A_1F : DB_1 = 2 : 3$	$DF$	$ACE$	$\overline{AM}$	$\overline{AC}$	$\overline{AE}$	$DM : MF$
15	$AD$ $AE : ED = 3 : 1$	$CC_1$ $CF : FC_1 = 2 : 1$	$AF$	$A_1BE$	$\overline{BM}$	$\overline{BA_1}$	$\overline{BE}$	$AM : MF$

№ Вар.	Отрезки и отношения			плоскость $\pi$	векторы			Искомое отношение $r$
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$		$m$	$p$	$q$	
16	$\frac{AB}{AE:EB} = 1:1$	$\frac{CC_1}{CF:FC_1} = 1:3$	$AF$	$A_1DE$	$\overline{DM}$	$\overline{DA_1}$	$\overline{DE}$	$AM:MF$
17	$\frac{AB}{AE:EB} = 2:3$	$\frac{DD_1}{DF:FD_1} = 3:1$	$BF$	$B_1CE$	$\overline{CM}$	$\overline{CB_1}$	$\overline{CE}$	$BM:MF$
18	$\frac{BC}{BE:EC} = 1:3$	$\frac{DD_1}{DF:FD_1} = 1:2$	$BF$	$AB_1E$	$\overline{AM}$	$\overline{AB_1}$	$\overline{AE}$	$BM:MF$
19	$\frac{BC}{BE:EC} = 3:2$	$\frac{AA_1}{AF:FA_1} = 2:1$	$CF$	$C_1DE$	$\overline{DM}$	$\overline{DC_1}$	$\overline{DE}$	$CM:MF$
20	$\frac{CD}{CE:ED} = 1:2$	$\frac{AA_1}{AF:FA_1} = 3:2$	$CF$	$BC_1E$	$\overline{BM}$	$\overline{BC_1}$	$\overline{BE}$	$CM:MF$
21	$\frac{AD}{AE:ED} = 2:1$	$\frac{BB_1}{BF:FB_1} = 1:3$	$DF$	$CD_1E$	$\overline{CM}$	$\overline{CD_1}$	$\overline{CE}$	$DM:MF$
22	$\frac{CD}{CE:ED} = 1:1$	$\frac{BB_1}{BF:FB_1} = 3:1$	$DF$	$AD_1E$	$\overline{AM}$	$\overline{AD_1}$	$\overline{AE}$	$DM:MF$
23	$\frac{CD}{CE:ED} = 1:2$	$\frac{B_1C_1}{B_1F:FC_1} = 3:2$	$DF$	$AD_1E$	$\overline{D_1M}$	$\overline{D_1A}$	$\overline{D_1E}$	$DM:MF$
24	$\frac{BC}{BE:EC} = 1:2$	$\frac{C_1D_1}{C_1F:FD_1} = 3:1$	$BF$	$AB_1E$	$\overline{B_1M}$	$\overline{B_1A}$	$\overline{B_1E}$	$BM:MF$

**Дополнительная задача Д2.** В тетраэдре  $ABCD$  известны длины трех ребер, выходящих из одной вершины: [ ], и углы между ними [ ]. Точки  $K$  и  $M$  расположены на ребрах  $x$  и  $y$  соответственно и делят их в указанных отношениях: [ ]. Используя свойства скалярного произведения и определителя Грама, найти:

- (а) расстояние между точками  $K$  и  $M$ ;
- (б) объем тетраэдра  $ABCD$ ;
- (в) площадь грани  $\pi$ ,
- (г) высоту тетраэдра, опущенную на грань  $\pi$ ,
- (д) угол между прямыми  $\ell$  и  $m$ ;
- (е) угол между прямой  $\ell$  и плоскостью грани  $\pi$ ;
- (ж) расстояние между прямыми  $\ell$  и  $m$ .

№ варианта	Заданные рёбра и углы		Рёбра и отношения		грань $\pi$	прямая $\ell$	прямая $m$
			ребро $x$	ребро $y$			
1	$AB = 6,$ $AC = 9,$ $AD = 8$	$\angle BAC = 60^\circ,$ $\angle BAD = 120^\circ,$ $\angle CAD = \arccos \frac{1}{3}$	$AD,$ $AK : KD = 1 : 3$	$BC,$ $BM : MC = 2 : 1$	$BCD$	$AB$	$CD$
2	$AB = 12,$ $AC = 8,$ $AD = 9$	$\angle BAC = 60^\circ,$ $\angle BAD = \arccos \left(-\frac{1}{3}\right),$ $\angle CAD = \arccos \frac{1}{4}$	$BD,$ $BK : KD = 2 : 1$	$AC,$ $AM : MC = 3 : 1$	$BCD$	$AD$	$BC$
3	$AB = 12,$ $AC = 15,$ $AD = 10$	$\angle BAC = 120^\circ,$ $\angle BAD = \arccos \frac{1}{3},$ $\angle CAD = \arccos \frac{1}{5}$	$AB,$ $AK : KB = 1 : 3$	$CD,$ $CM : MD = 2 : 3$	$BCD$	$AC$	$BD$
4	$BC = 6,$ $BA = 4,$ $BD = 8$	$\angle ABC = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle ABD = 60^\circ,$ $\angle CBD = \arccos \left(-\frac{1}{3}\right)$	$AC,$ $AK : KC = 1 : 1$	$BD,$ $BM : MD = 1 : 3$	$ACD$	$BC$	$AD$

№ вар.	Заданные рёбра и углы		Рёбра и отношения		грань $\pi$	прямая $\ell$	прямая $m$
			ребро $x$	ребро $y$			
5	$AB = 12,$ $AC = 9,$ $AD = 8$	$\angle BAC = \arccos \frac{1}{3},$ $\angle BAD = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle CAD = 60^\circ$	$AC,$ $AK : KC = 1 : 2$	$BD,$ $BM : MD = 3 : 1$	$BCD$	$AB$	$CD$
6	$AB = 10,$ $AC = 15,$ $AD = 9$	$\angle BAC = \arccos \frac{1}{5},$ $\angle BAD = 60^\circ,$ $\angle CAD = \arccos \left(-\frac{1}{3}\right)$	$AD,$ $AK : KD = 1 : 2$	$BC,$ $BM : MC = 3 : 2$	$BCD$	$AC$	$BD$
7	$AB = 6,$ $AC = 5,$ $AD = 10$	$\angle BAC = 120^\circ,$ $\angle BAD = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle CAD = \arccos \frac{1}{5}$	$CD,$ $CK : KD = 3 : 2$	$AB,$ $AM : MB = 1 : 2$	$BCD$	$AD$	$BC$
8	$BC = 9,$ $BA = 8,$ $BD = 12$	$\angle ABC = 60^\circ,$ $\angle ABD = \arccos \left(-\frac{1}{4}\right),$ $\angle CBD = \arccos \frac{1}{3}$	$BC,$ $BK : KC = 1 : 2$	$AD,$ $AM : MD = 1 : 3$	$ACD$	$BD$	$AC$
9	$BC = 10,$ $BA = 15,$ $BD = 14$	$\angle ABC = \arccos \frac{1}{5},$ $\angle ABD = \arccos \frac{1}{3},$ $\angle CBD = 60^\circ$	$BD,$ $BK : KD = 1 : 1$	$AC,$ $AM : MC = 1 : 4$	$ACD$	$BC$	$AD$
10	$BC = 5,$ $BA = 10,$ $BD = 6$	$\angle ABC = \arccos \left(-\frac{1}{5}\right),$ $\angle ABD = 60^\circ,$ $\angle CBD = \arccos \frac{1}{3}$	$CD,$ $CK : KD = 2 : 3$	$AB,$ $AM : MB = 1 : 1$	$ACD$	$BD$	$AC$
11	$CA = 4$ $CB = 8,$ $CD = 3$	$\angle ACB = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle ACD = 60^\circ,$ $\angle BCD = 120^\circ$	$CD,$ $CK : KD = 1 : 1$	$AB,$ $AM : MB = 1 : 3$	$ABD$	$BC$	$AD$

№ вар.	Заданные рёбра и углы		Рёбра и отношения		грань $\pi$	прямая $\ell$	прямая $m$
			ребро $x$	ребро $y$			
12	$CA = 4$ $CB = 7,$ $CD = 6$	$\angle ACB = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle ACD = \arccos \frac{1}{6},$ $\angle BCD = 60^\circ$	$AB,$ $AK : KB = 1 : 3$	$CD,$ $CM : MD = 1 : 1$	$ABD$	$AC$	$BD$
13	$BC = 9,$ $BA = 4,$ $BD = 8$	$\angle ABC = \arccos \frac{1}{3},$ $\angle ABD = 60^\circ,$ $\angle CBD = 120^\circ$	$AD,$ $AK : KD = 3 : 1$	$BC,$ $BM : MC = 2 : 1$	$ACD$	$BD$	$AC$
14	$BC = 10,$ $BA = 9,$ $BD = 15$	$\angle ABC = \arccos \frac{1}{5},$ $\angle ABD = \arccos \frac{1}{3},$ $\angle CBD = \arccos \left(-\frac{1}{5}\right)$	$AB,$ $AK : KB = 1 : 2$	$CD,$ $CM : MD = 1 : 4$	$ACD$	$BD$	$AC$
15	$CA = 10$ $CB = 12,$ $CD = 15$	$\angle ACB = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle ACD = \arccos \frac{1}{5},$ $\angle BCD = \arccos \frac{1}{3}$	$AD,$ $AK : KD = 2 : 3$	$BC,$ $BM : MC = 1 : 2$	$ABD$	$AC$	$BD$
16	$CA = 10$ $CB = 6,$ $CD = 5$	$\angle ACB = 60^\circ,$ $\angle ACD = \arccos \frac{1}{5},$ $\angle BCD = \arccos \left(-\frac{1}{3}\right)$	$BC,$ $BK : KC = 1 : 2$	$AD,$ $AM : MD = 2 : 3$	$ABD$	$AC$	$BD$
17	$CA = 2$ $CB = 3,$ $CD = 4$	$\angle ACB = 60^\circ,$ $\angle ACD = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle BCD = 120^\circ$	$BD,$ $BK : KD = 1 : 1$	$AC,$ $AM : MC = 1 : 3$	$ABD$	$CD$	$AB$
18	$DA = 6,$ $DB = 9,$ $DC = 8$	$\angle ADB = \arccos \left(-\frac{1}{3}\right),$ $\angle ADC = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle BDC = 60^\circ$	$CD,$ $CK : KD = 1 : 3$	$AB,$ $AM : MB = 1 : 2$	$ABC$	$BD$	$AC$

№ вар.	Заданные рёбра и углы		Рёбра и отношения		грань $\pi$	прямая $\ell$	прямая $m$
			ребро $x$	ребро $y$			
19	$DA = 9,$ $DB = 12,$ $DC = 8$	$\angle ADB = \arccos \frac{1}{3},$ $\angle ADC = \arccos \frac{1}{6},$ $\angle BDC = \arccos \frac{1}{4}$	$AB,$ $AK : KB = 1 : 2$	$CD,$ $CM : MD = 1 : 3$	$ABC$	$AD$	$BC$
20	$DA = 8,$ $DB = 5,$ $DC = 10$	$\angle ADB = \arccos \frac{1}{10},$ $\angle ADC = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle BDC = \arccos \frac{1}{5}$	$BC,$ $BK : KC = 2 : 3$	$AD,$ $AM : MD = 1 : 3$	$ABC$	$BD$	$AC$
21	$CA = 10$ $CB = 6,$ $CD = 9$	$\angle ACB = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle ACD = \arccos \frac{1}{6},$ $\angle BCD = 60^\circ$	$AC,$ $AK : KC = 3 : 2$	$BD,$ $BM : MD = 2 : 1$	$ABD$	$BC$	$AD$
22	$DA = 9,$ $DB = 5,$ $DC = 6$	$\angle ADB = \arccos \frac{1}{3},$ $\angle ADC = 120^\circ,$ $\angle BDC = \arccos \frac{1}{5}$	$BD,$ $BK : KD = 3 : 2$	$AC,$ $AM : MC = 1 : 2$	$ABC$	$AD$	$BC$
23	$DA = 4,$ $DB = 5,$ $DC = 8$	$\angle ADB = 60^\circ,$ $\angle ADC = \arccos \left(-\frac{1}{4}\right),$ $\angle BDC = \arccos \frac{1}{10}$	$AC,$ $AK : KC = 1 : 3$	$BD,$ $BM : MD = 3 : 2$	$ABC$	$AD$	$BC$
24	$DA = 5,$ $DB = 8,$ $DC = 6$	$\angle ADB = \arccos \frac{1}{4},$ $\angle ADC = 60^\circ,$ $\angle BDC = \arccos \left(-\frac{1}{4}\right)$	$AD,$ $AK : KD = 3 : 2$	$BC,$ $BM : MC = 1 : 1$	$ABC$	$BD$	$AC$