

Никс

Джеррект Холла.
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

К 26

**Исследования полупроводников
с помощью эффекта Холла**

Д.В. Креопалов, Н.И. Юрасов

Цель работы – изучение эффекта Холла, исследование характера проводимости материала образца – определение концентрации носителей тока, подвижности носителей тока, типа проводимости, постоянной Холла, а также сопротивления материала образца.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

К полупроводникам относятся германий, кремний, бор, селен, теллур, серое олово и многочисленные химические соединения. Удельное сопротивление полупроводников при комнатной температуре лежит в интервале $10^{-2} - 10^9$ Ом·см. По величине удельного сопротивления полупроводники занимают промежуточную ступень между проводниками ($\rho \sim 10^{-5}$ Ом·см) и диэлектриками ($\rho \sim 10^{14} - 10^{22}$ Ом·см). Хотя полупроводники, как и металлы, обладают чисто электронной проводимостью, прохождение тока сквозь них оказывается сложным квантовым явлением. Возможные энергетические состояния электронов в кристалле собраны, как известно, в зоны, разделенные запрещенными полосами. В полупроводниках электроны практически полностью занимают все возможные состояния последней заполненной зоны. Электроны, полностью заполняющие зону, не могут изменить состояния своего движения под действием электрического поля и в электропроводности не участвуют.

Этот факт объясняется тем, что электроны являются фермионами, то есть не могут находиться в одинаковых состояниях, а действия электрического поля должно приводить к изменению энергии электрона, то есть к переходу в другое квантовое состояние. Если это другое состояние уже занято другим электроном, то рассматриваемый электрон не воспринимает действие электрического поля.¹ Проводимость связана поэтому с небольшим числом электронов, находящихся в первой незаполненной зоне, которая называется зоной проводимости (электронная проводимость), или с небольшим числом свободных мест в последней заполненной зоне – валентной зоне (дырочная проводимость). Первые из полупроводников называются обычно электронными (или полупроводниками *n*-типа), а вторые – дырочными (или полупроводниками *p*-типа). Что касается «дырок», то они себя ведут как частицы с зарядом, противоположным заряду электрона, и с массой, приблизительно равной массе электрона. Поведение электронов в незаполненной зоне отличается от поведения свободных электронов. Они ведут себя как частицы с отрицательным зарядом и массой, не равной (хотя и близкой) массе свободной частицы. Электропроводность полупроводников в сильной степени зависит от примесей. Донорные или акцепторные примеси могут обуславливать электронную или дырочную

электропроводность полупроводника. В общем случае в процессе образования электрического тока участвуют как электроны, так и дырки.

Если к граням ABCD и A'B'C'D' проводящей однородной пластины приложена некоторая разность потенциалов (рис.1), то в ней возникает электрический ток (для определенности считаем, что носители тока – положительные частицы).

У однородной пластины, при отсутствии магнитного поля падение потенциала вдоль граней BC'B'C' и ADA'D' будет равномерным и, следовательно, потенциалы в симметричных точках O и O' будут одинаковы. Если же пластину с током поместить в магнитное поле, направленное перпендикулярно боковым граням, то между точками O и O' возникнет разность потенциалов *U*, которую можно измерить вольтметром, подключенным к этим точкам. Наблюдаемое явление называют *эффектом Холла*, а возникающую разность потенциалов – *холловским напряжением*.

Опытным путем в 1879 г. аспирант университета Д.Хопкинса в Балтиморе (США) Эдвин Х. Холл установил, что возникающая разность потенциалов

$$U = R_H \frac{BI}{a}, \quad (1)$$

где R_H – коэффициент пропорциональности (постоянная Холла), зависящая от материала пластины; *B* – индукция магнитного поля; *I* – ток образца; *a* – ширина пластины.

Исследования показали, что эффект Холла наблюдается во всех полупроводниках и проводниках. При изменении направления тока или магнитного поля на противоположное меняется знак разности потенциалов *U* в выражении (1).

Благодаря линейно зависящей от индукции магнитного поля и легко измеряемой разности потенциалов полупроводниковые датчики Холла нашли широчайшее применение в приборах для исследования магнитного поля и устройствах, где требуется определять и регулировать частоту вращения (специальные и бытовые электронные приборы, автомобилестроение и т.п.). Возникновение эффекта Холла можно объяснить следующим образом. Пусть ток в пластине обусловлен движением положительных зарядов *e*, концентрация которых *n*, а средняя скорость упорядоченного движения *v*. Тогда сила тока

$$I = envS, \quad (2)$$

где *S* = *a d* – площадь поперечного сечения пластины; *d* – высота пластины образца.

При наложении магнитного поля, индукция которого равна *B*, на каждый носитель тока действует сила Лоренца

$$E_x = \mu_y B E_{||}, \quad E_y = -\mu_x B E_{||}, \quad (14)$$

$$\vec{F}_m = (-e) \vec{v}_e \times \vec{B} = e n_e \vec{E} \times \vec{B}, \quad (15)$$

$$\vec{F}_{sp} = e \vec{v}_p \times \vec{B} = e n_p \vec{E} \times \vec{B}. \quad (15^*)$$

Таким образом, в вертикальном направлении образца появляется неоднородный участок проводника и при наличии замкнутой цепи в нем установится ток плотностью j_{\perp} :

$$\vec{j}_{\perp} = e n_p \vec{v}_{p\perp} + e n_e \vec{v}_{e\perp} = \sigma (\vec{E}_{\perp} + \vec{E}^*), \quad (16)$$

где E^* - напряженность поля сторонних сил; E_{\perp} - напряженность кулоновского электростатического поля, возникающего при появлении поверхностных зарядов на верхней и нижней гранях образца (за положительное направление оси координат в поперечном направлении принимается направление от нижней грани ADA'D' пластины образца к верхней BCBC').

Скорости дрейфа положительных и отрицательных зарядов в поперечном направлении определяются по формулам

$$v_{p\perp} = \mu_p (E_p + E_{\perp}), \quad (17)$$

$$v_{e\perp} = \mu_e (-E_e + E_{\perp}). \quad (18)$$

Полная плотность тока в поперечном направлении с учетом формул (16) - (18) имеет вид:

$$j_{\perp} = e n_p v_{p\perp} - e n_e v_{e\perp} = (e n_p \mu_p^2 - e n_e \mu_e^2) E_{\perp} B + (e n_p \mu_p + e n_e \mu_e) E_{\perp}. \quad (19)$$

Плотность поперечного тока характеризует скорость накопления поверхностных зарядов. В установившемся режиме (стационарный случай) условие $j_{\perp} = 0$ выполняется, если сопротивление измерительного прибора (вольтметра) очень велико. Тогда напряженность поперечного электрического поля (поля Холла)

$$E_{\perp} = \frac{n_p \mu_p^2 - n_e \mu_e^2}{n_p \mu_p + n_e \mu_e} E_{||} B. \quad (20)$$

Напряжение Холла U (разность потенциалов между верхней и нижней гранями пластины) определяется как:

$$U = -E_{\perp} d = R_H B j_{||} d. \quad (21)$$

С учетом формулы (12) постоянная Холла в общем случае имеет вид:

$$R_H = \frac{n_p \mu_p^2 - n_e \mu_e^2}{e(n_p \mu_p + n_e \mu_e)^2}. \quad (22)$$

При наличии только положительных носителей тока ($n_e = 0$) формула (22) идентична формуле (9).

В 80-х годах XX века при исследовании эффекта Холла в тонких полупроводниковых пленках (двумерных структурах ($a \rightarrow 0$ рис.1) при сверхнизких температурах ($T \sim 0,1$ К) и сверхсильных магнитных полях ($B \sim 30-40$ Тл) были обнаружены отклонения от линейной зависимости U от B в формуле (8). Оказалось, что U зависит от B ступенчатым образом. Высота ступени не зависит от свойств материала, а определяется только комбинацией фундаментальных констант h, e ($h/e^2 \approx 25,8$ кОм), деленной на целое или дробное число. Эти эффекты назвали целочисленным и дробным квантовыми эффектами Холла. За открытие и объяснение этих эффектов были присуждены Нобелевские премии в 1985г. и в 1998г. Объяснение этих эффектов существенно связано с движением электронов как фермионов в двумерной плоскости под воздействием электрического и магнитного полей, а также их взаимодействием с квантами магнитного потока.

Как следует из (22), постоянная Холла R_H зависит от материала пластины, а ее знак совпадает со знаком заряда основных носителей тока. Поэтому по постоянной Холла для проводников и полупроводников можно судить о природе их проводимости. При электронной проводимости имеем $R_H < 0$, при дырочной проводимости $R_H > 0$. Если же в полупроводнике существуют одновременно оба типа проводимости, то по знаку постоянной Холла R_H можно судить о том, какой тип носителей преобладает. Этот факт можно использовать для экспериментального определения знака носителей тока. Подключим к точкам O и O' универсальный цифровой вольтметр с указателем знака напряжения (см. рис. 1). Тогда по знаку напряжения Холла можно определить знак носителей тока. В используемом приборе положительное напряжение соответствует положительным носителям заряда, а отрицательное напряжение - отрицательным носителям заряда, при положительном значении тока через образец и через катушку электромагнита.

Однако поскольку припаять проводники, идущие от вольтметра, к двум совершенно симметричным точкам O и O' практически невозможно, то и при отсутствии магнитного поля ($B = 0$) вольтметр покажет некоторое напряжение, т.е. существует дополнительная продольная разность потенциалов δU за счет несимметричности контактов O и O' . Эту погрешность можно устранить с помощью компенсационного метода либо замерить на начальном этапе эксперимента и затем вычесть ее из полученного результата. В данной работе помимо несимметричности точек O и O' , учитывается также и остаточная намагниченность сердечника электромагнита.

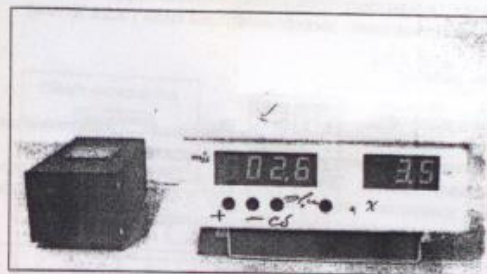
Если в материале преобладает один из типов проводимости, то через постоянную Холла можно выразить концентрацию и подвижность основных носителей тока. Действительно, если n_p и n_n , тогда из формул (13) и (22) получим соотношения:

$$n_p = \frac{1}{eR_H}, \quad (23)$$

$$\mu_p = \frac{\sigma}{en_p} = \sigma R_H = \frac{R_H}{\rho}, \quad (24)$$

где $\rho = 1/\sigma$ - удельное электрическое сопротивление материала образца. Подвижность, вычисленную таким образом, называют *подвижностью Холла*.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ



Установка для изучения эффекта Холла в полупроводниках

1. Устройство и принципы работы установки

1.1 Установка состоит из объекта исследования и устройства измерительного, выполненных в виде конструктивно законченных изделий, устанавливаемых на лабораторном столе и соединяемых между собой кабелем. Схематическое изображение соединения устройств установки приведено в приложении 1.

1.2 Объект исследования конструктивно выполнен в виде сборного корпуса, в котором установлены электромагнит и датчик Холла. Сверху объект исследования имеет окно, через которое видны полоса электромагнита и плата с датчиком Холла. Для подключения объекта исследования к устройству измерительному имеется соединительный шнур с разъемом.

1.3 Устройство измерительное выполнено в виде конструктивно законченного изделия. В нем применена однокристалльная микро-ЭВМ с соответствующими дополнительными устройствами, позволяющими производить измерение тока, протекающего через катушку электромагнита, управляющего тока и э.д.с. Холла датчика, установленных в объекте исследования, а также осуществлять функции управления установкой (установка режимов прямого или обратного направления тока через катушку электромагнита и датчика Холла). В состав устройства измерительного входят также источники его питания.

На передней панели устройства измерительного размещены следующие органы управления и индикации:

- кнопки СБРОС и ТОК "+", "-" задают задание и направление тока через датчик Холла и катушку электромагнита;

Примечание: после нажатия кнопки СБРОС значение тока обнуляется и направление тока меняется на противоположное.

- кнопка ЭЛ.МАГНИТ -ДАТЧ.ХОЛЛА переключает индикацию тока, протекающего через катушку электромагнита и через датчик Холла, что индицируется соответствующими светодиодами и табло индикации;

- табло мА и мВ. индицируют значения тока через датчик Холла либо катушку электромагнита и э.д.с Холла.

На задней панели устройства измерительного расположены: выключатель СЕТЬ, клемма заземления, держатели предохранителей (закрываются предохранительной скобой), сетевой шнур с вилкой и разъем для подключения объекта исследования.

Устройство измерительное с помощью сетевого шнура подключается к сети 220 В, 50Гц.

1.4 Принцип действия установки основан на эффекте Холла, состоящем в возникновении на гранях полупроводника, параллельных протекающему в нем току и помещенном в магнитное поле, электродвижущей силы (э.д.с Холла).

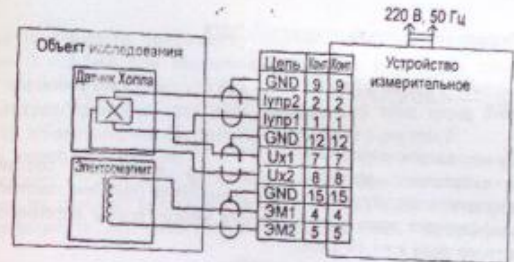
2. Порядок работы

- 2.1 Включите установку
- 2.2 Выберите полярность источника питания электромагнита нажатием на соответствующую кнопку и задайте ток электромагнита.
- 2.3 С помощью кнопки ЭЛ. МАГНИТ - ДАТЧ. ХОЛЛА переведите установку в режим измерения тока через датчик Холла. Изменяя значение и направление управляющего тока через датчик Холла, проведите измерения

Примечание: Не допускается задавать ток через датчик Холла более 3 мА.

- 2.4 Меняя направление и значения тока через электромагнит провести измерения по п.2.3
- 2.5 Проведите необходимые расчеты согласно методическим указаниям, (величины необходимые для расчетов находятся в приложении 2).
- 2.6 По окончании работы отключить установку от сети
- 2.7 Режим работы установки прерывистый - через каждые 2 часа работы необходимо сделать перерыв на 10-15 мин

Приложение 1. СХЕМАТИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ПОДКЛЮЧЕНИЯ УСТАНОВКИ ФПК-08



Приложение 2. ДАННЫЕ НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ РАСЧЕТОВ

Коэффициент пропорциональности между током электромагнита и индукцией магнитного поля в его зазоре, Тл/А
 Входное сопротивление датчика Холла, кОм, R
 Размеры датчика Холла (см. рис. 1)

b , мм, не более
 d , мм, не более
 a , мм, не более

$1,44$
 $1,8 \dots 3$ (2,6)
 1,2
 1,2
 0,35

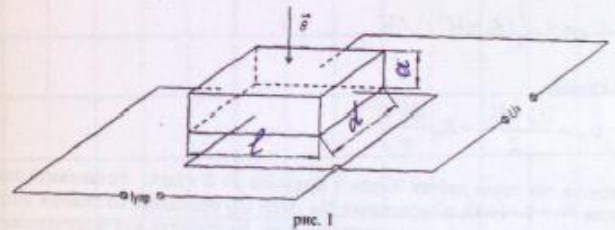


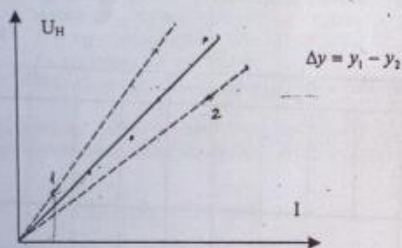
рис. 1

$$k = \frac{b \cdot l}{a \cdot d}$$

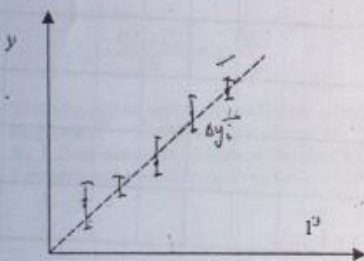
Задание 3 Определение постоянной Холла, удельной проводимости, удельного сопротивления, подвижности носителей тока и концентрации зарядов в образце

1. Найдите угловые коэффициенты прямых, построенных в задании 2, y . (тангенсы углов наклона), $y = R_H \frac{kl^2}{a}$.
2. Постройте график зависимости y от I^2 .

При построении графика y от I^2 используйте значение погрешностей Δy ; вычисленные графически при каждом значении I^2 по максимально удаленным точкам от прямой линии.



Отложите Δy на графике y от I^2



По угловому коэффициенту полученной прямой определите величину постоянной Холла R_H .

3. Оцените ошибку в ее определении ΔR_H аналогичным методом.
4. Определите относительную погрешность ε , полученного значения постоянной Холла.
5. По данным, приведенным в приложении 2 вычислите удельное сопротивление ρ и удельную проводимость σ образца в направлении тока I .
6. Рассчитайте по формулам (23) и (24) концентрацию зарядов и подвижность носителей тока в образце.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое электронная и дырочная проводимость полупроводников?
2. В чем состоит сущность эффекта Холла, где он используется?
3. Как определить направление силы Лоренца?
4. Объясните принцип нахождения знака носителей тока в образце.
5. Что такое подвижность носителей тока и как она связана с проводимостью?
6. Зависит ли постоянная Холла от геометрических размеров образца?
7. Какова размерность постоянной Холла?
8. Почему при отсутствии тока через электромагнит величина U_H не равна 0? (Приведите две причины)
9. Возможно ли теоретически отсутствие эффекта Холла в полупроводниках?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3 т. - М.: Наука, 1978. Т. 2.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: В 5 т. - М.: Наука, 1977. Т. 3.
3. Савельева А.И., Фетисов И.И. Обработка результатов измерений при проведении физического эксперимента; Методические указания. - М.: МГТУ, 1990.
4. Андреев А.Г., Онуфриев В.В., Шавруков Ю.М. Изучение эффекта Холла. Методические указания к лабораторной работе Э10. - Москва, 2003.

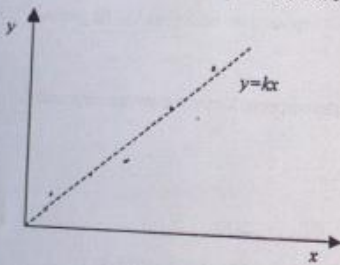
ДОПОЛНЕНИЕ

Метод наименьших квадратов

При обработке результатов измерений часто возникает задача о согласовании какой-то теоретической функции с полученными экспериментальными данными. Задача заключается в том, чтобы наилучшим образом провести теоретическую кривую через экспериментальные данные.

Рассмотрим пример линейной зависимости между двумя величинами y и x , $y = kx$.

При измерениях были получены результаты: x, y . Необходимо определить коэффициент k . Графический способ не всегда обеспечивает достаточную точность. Аналитическое решение задачи производится с помощью метода наименьших квадратов.



Рассмотрим отклонения точек x, y , от прямой $y = kx$ и составим величину φ - сумму квадратов отклонений наших точек от прямой.

$$\varphi(k) = \sum (y_i - kx_i)^2$$

Метод наименьших квадратов утверждает, что наилучшее значение k получится, если φ - минимальна. Следовательно, полагаем

$$\frac{d\varphi}{dk} = 0$$

Отсюда

$$k = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$$

(Д.1)

При этом можно показать, что стандартная ошибка (средняя квадратичная погрешность) в определении k равна

$$\Delta k = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \sum y_i^2 - (\sum x_i y_i)^2}{(n-1) \sum x_i^2}} \quad (Д.2)$$

n - число измерений.

Если точки x, y должны удовлетворять более сложной формуле $y = a + bx$, то аналогичный подход дает следующие результаты

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (Д.3)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}, \text{ где } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

Погрешность в определении a и b равны

$$\Delta b = \sqrt{\frac{1}{n-2} \left[\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} - b^2 \right]}$$

$$\Delta a = \Delta b \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (Д.4)$$

В том случае, если при построении прямой $y = kx$ известны погрешности Δy , для каждого измерения y , то естественно проводить прямую как можно ближе к тем точкам, у которых мала погрешность Δy . Для решения этой задачи рассматривается минимум функции φ , равной сумме квадратов отклонений, умноженных на соответствующую погрешность Δy ,

$$\varphi = \sum (y_i - kx_i)^2 \Delta y_i$$

Условия минимума этой функции приводит к выражению

$$k = \frac{\sum x_i y_i \Delta y_i}{\sum x_i^2 \Delta y_i} \quad (Д.5)$$

Если искомая функция не является линейной, необходимо ввести новые переменные так, чтобы в этих переменных интересующая нас зависимость стала линейной и применить метод наименьших квадратов.

Оценку вероятности нашей гипотезы о том, что полученная экспериментальная зависимость действительно является линейной можно провести методом χ^2 .

В методе χ^2 в качестве такой оценки используется величина χ^2 , равная сумме квадратов отклонений от предполагаемой зависимости, деленных на стандартную ошибку данного измерения

$$\chi^2 = \sum \left(\frac{y_i - kx_i}{\sigma} \right)^2 \quad (Д.6)$$

По таблице для χ^2 находится значение вероятности.