

# Аспекты «велосипедной» математики

Табачников Сергей Львович

## Аннотация

В докладе будет описана наивная модель велосипеда, представленного как ориентированный отрезок фиксированной длины, способный перемещаться так, что скорость заднего конца всегда сонаправлена с самим отрезком. Удивительным образом, эта простая модель оказалась весьма глубокой и связанной с разными разделами математики, включая теорию вполне интегрируемых систем. Вот несколько задач, о которых я собираюсь рассказать:

1) Траектория переднего колеса и начальное положение велосипеда однозначно определяют его движение и конечное положение. Таким образом, определено отображение монодромии. Это отображение оказывается преобразованием Мебиуса, и этот замечательный факт имеет разнообразные геометрические и динамические следствия.

2) Траектория заднего колеса и выбор направления движения однозначно определяют траекторию переднего колеса. Изменение направления на противоположное дает другую переднюю траекторию. Эти две кривые связаны велосипедным преобразованием (преобразованием Бэклунда, преобразованием Дарбу), которое определяет дискретную динамическую систему на пространстве кривых. Эта система вполне интегрируемая и она тесно связана с другой, хорошо изученным вполне интегрируемым уравнением в частных производных: filament (binormal, smoke ring, local induction) equation.

3) Допустим мы знаем следы переднего и заднего колес: можем ли мы определить направление движения велосипеда? Обычно можем, но иногда не можем. Описание таких пар кривых тесно связано с задачей Улама из теории плавающих тел (в размерности два): является ли круг единственным однородным телом, которое плавает в равновесии в любой ориентации? Эта задача также связана с движением заряженной частицы в магнитном поле специального вида. Оказывается, что все известные решения являются солитонами выше упомянутого уравнения в частных производных.