

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)



ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ В АСПИРАНТУРУ
по научной специальности

**1.2.2_01 Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ»**

шифр и наименование научной специальности

Факультет

Фундаментальные науки (ФН)

Полное наименование факультета (сокращенное наименование)

Кафедра

Кафедра «Прикладная математика» (ФН-2)

Полное наименование кафедры (сокращенное наименование)

Москва, 2025 г.

1. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания проводятся в устно-письменной форме в соответствии с установленным расписанием.

Поступающему предлагается ответить на два вопроса и решить одну задачу из разных разделов и тем программы.

На ответы по вопросам и задачам билета отводится **60 минут**.

Результаты испытаний оцениваются по 30-**балльной** шкале.

2. ПЕРЕЧЕНЬ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Математический анализ

- Функции одного действительного переменного.
- Числовые и функциональные ряды.
- Функции нескольких переменных.
- Теория функций комплексного переменного.

2.2 Алгебра и геометрия

- Основы алгебры.
- Линейная алгебра.
- Дифференциальная геометрия.

2.3. Дифференциальные уравнения

- Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ).
- Системы ОДУ.
- Постановки задач теории управления. Стабилизация нелинейных систем на основе линейного приближения.

2.4. Вычислительная математика

- Основные понятия теории погрешностей.
- Вычислительные методы линейной алгебры.
- Методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений.
- Задачи интерполяции и аппроксимации.
- Методы решения задачи Коши для ОДУ и систем ОДУ. Метод Эйлера. Методы Рунге — Кутты.

2.5. Теория алгоритмов и программирование

- Основы алгоритмизации.
- Структуры данных.

2.6. Специальные вопросы прикладной математики

- Математические модели. Принципы их построения.
- Уравнения баланса.
- Задачи минимизации.
- Работа с большими данными. Машинное обучение.
- Статистика в прикладных задачах.

2.7. Математическое моделирование технических систем

- Модели механических систем.
- Модели электрических цепей и электромеханических систем.
- Модели гидродинамики и аэродинамики.
- Верификация и валидация математических моделей.

2.8. Модели тепломассопереноса

- Основные уравнения теплопроводности.
- Виды тепломассопереноса. Краевые задачи теплопереноса.
- Численные методы решения задач тепломассопереноса.

Перечень примерных вопросов.

1. Математический анализ

1. Пределы последовательностей и функций. Определения. Основные теоремы о пределах - формулировки.
2. Непрерывность функций в точке и на множестве. Определения. Точки разрыва и их классификация.
3. Определение дифференцируемой функций одной и нескольких переменных.
4. Интеграл с переменным верхним пределом. Вывод формулы Ньютона -Лейбница.
5. Длина дуги. Определение. Вычисление.
6. Нахождение объемов тел.
7. Нахождение площадей плоских фигур.
8. Нахождение площадей поверхностей.

9. Ряды: числовые, функциональные, степенные. Признаки сходимости. Равномерная сходимость ряда.
10. Определение аналитической функции. Примеры. Условия Коши-Римана.
11. Интегралы от комплексных функций. Теорема Коши.
12. Ряд Лорана. Определение. Примеры разложений функций в ряды Лорана.

2. Алгебра и аналитическая геометрия

13. Линейные пространства, базис, размерность.
14. Матрицы, определители, системы линейных уравнений.
15. Линейные операторы, собственные значения и векторы.
16. Квадратичные формы и их приведение к каноническому виду.
17. Прямые, плоскости. Взаимное расположение. Основные формулы.
18. Кривые и поверхности второго порядка. Виды кривых и поверхностей. Уравнения.

3. Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики

19. Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) первого и высших порядков. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
20. Линейные ОДУ. Методы решения.
21. Системы дифференциальных уравнений. Фазовые портреты. Устойчивость.
22. Уравнения математической физики (теплопроводности, волновое, Лапласа).
23. Методы решения уравнений в частных производных (Фурье, метод характеристик).

4. Численные методы и вычислительная математика

24. Численные методы решения нелинейных уравнений и систем.
25. Интерполяция и аппроксимация функций. Основные понятия и определения.
26. Численное интегрирование и дифференцирование.
27. Численные методы решения ОДУ и уравнений в частных производных.
28. Методы оптимизации (линейное и нелинейное программирование).

5. Теория алгоритмов и программирование

29. Основы алгоритмизации. Сложность алгоритмов (O-нотация).
30. Основные структуры данных (списки, деревья, графы).
31. Алгоритмы сортировки и поиска.

6. Специальные вопросы прикладной математики

32. Методы обработки больших данных и машинное обучение.
33. Вероятностные методы и статистика в прикладных задачах.
34. Математическое моделирование. Понятие, этапы построения модели.
35. Этапы математического моделирования.
36. Структурная и функциональные математические модели. Основные понятия. Привести примеры.
37. Топологические и геометрические математические модели. Основные понятия. Привести примеры.

38. Сравнение разных типов математических моделей с примерами.
39. Имитационные математические модели.
40. Привести примеры получения математических моделей из фундаментальных законов природы.
41. Уравнение баланса тепла. Об особенностях моделей теплопередачи.
42. Уравнение теплопроводности. Постановка краевых условий для уравнения теплопроводности.
43. Постановка задачи минимизации.
44. Методы одномерной безусловной минимизации.
45. Методы прямого поиска.
46. Пассивный и последовательный поиск.
47. Унимодальные функции. Процедура исключения отрезков.
48. Метод дихотомии. Метод золотого сечения.
49. Методы полиномиальной (квадратичной) аппроксимации.

7. Математическое моделирование технических систем

50. Основные этапы математического моделирования технических систем.
51. Детерминированные и стохастические модели в технических приложениях.
52. Модели механических систем (колебания, динамика твердого тела, системы многих тел).
53. Модели электрических цепей и электромеханических систем.
54. Модели гидродинамики и аэродинамики (уравнения Навье-Стокса, модели турбулентности).
55. Оптимизационные модели в технических системах (вариационные принципы, методы оптимизации).
56. Идентификация параметров моделей по экспериментальным данным.
57. Верификация и валидация математических моделей.

8. Модели тепломассопереноса

58. Основные уравнения теплопроводности (закон Фурье, уравнение теплопроводности).
59. Краевые задачи тепломассопереноса (стационарные и нестационарные случаи).
60. Тепломассоперенос в сплошных средах (уравнения энергии и диффузии).
61. Конвективный теплообмен (уравнения Навье-Стокса с учетом теплопередачи).
62. Лучистый теплообмен (уравнение переноса излучения, упрощенные модели).
63. Фазовые переходы и тепломассоперенос при плавлении/кристаллизации.
64. Численные методы решения задач тепломассопереноса (МКР, МКЭ, метод конечных объемов).
65. Применение моделей тепломассопереноса в энергетике, микроэлектронике, химической технологии.

Основная учебная литература.

1. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия. 7-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 392 с.
2. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Линейная алгебра. 5-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. 336 с.

3. Морозова В.Д. Теория функций комплексного переменного. 3-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 520 с.
4. Канатников А.Н., Крищенко А.П., Четвериков В.Н. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. 3-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 456 с.
5. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. 12-е изд. Москва: Физматлит, 2009. 307 с.
6. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. 6-е изд. М.: Наука, 1974. 176 с.
7. Морозова В.Д. Введение в анализ. 6-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 408 с.
8. Иванова Е.Е. Дифференциальное исчисление функций одного переменного. 6-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 408 с.
9. Зарубин В.С. Иванова Е.Е., Кувыркин Г.Н. Интегральное исчисление функций одного переменного. 4-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. 528 с.
10. Канатников А.Н., Крищенко А.П., Четвериков В.Н. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. 3-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 456 с.
11. Гаврилов В.Р., Иванова Е.Е., Морозова В.Д. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля. 3-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 496 с.
12. Власова Е.А. Ряды. 3-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 616 с.
13. Морозова В.Д. Теория функций комплексного переменного. 3-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 520 с.
14. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. 5-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 352 с.
15. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации. 2-е изд., стереотип. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. -440 с.
16. Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Приближенные методы математической физики. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. -700 с.
17. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 368 с.
18. Волков И.К., Канатников А.Н. Интегральные преобразования и операционное исчисление. 2-е изд. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. -228 с.
19. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.
20. Зарубин В.С. Инженерные методы решения задач теплопроводности. М.: Энергоатомиздат, 1983.
21. Крищенко А.П. Устойчивость движения автономных систем: конспект лекций. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 41 с.
22. Крищенко А.П. Устойчивость движения неавтономных систем: конспект лекций. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007. 42 с.
23. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. М.: Физматлит, 2004. 400 с.
24. Аттетков А.В., Зарубин В.С., Канатников А.Н. Введение в методы оптимизации. М.: Финансы и статистика; Инфра-М, 2008. 272 с.
25. Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 591 с.

Дополнительная учебная литература.

1. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. 3-е изд. М.: Наука, 1984.
2. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. 9-е изд. М.: КомКнига, 2006.
3. Халил Х.К. Нелинейные системы. М.: Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009.

4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. М.: Проспект, 2012.
5. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М. Физматлит, 2008.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во Моск. университета: Наука, 2004.
7. Галанин М.П., Тихонов Н. А., Токмачев М. Г. Математическое моделирование. Теория и применение, М.: Ленанд, 2022.
8. Тихонов Н.А., Токмачев М. Г., Галанин М. П. Математические модели и методы их исследования. М.: Ленанд, 2024.
9. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. 6-е изд. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2008.
10. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. 4-е изд. СПб.: Лань, 2018.
11. Дэннис Дж., мл., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.: Мир, 1988.

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Поступающему предлагается ответить в устно-письменной форме на два вопроса и решить одну задачу из разных разделов и тем программы.

Максимальная сумма баллов за 3 задания билета – 30.

Распределение баллов по заданиям следующее:

Номер задания	1	2	3
Баллы	10	10	10

Критерии оценивания:

- 10 – дан полный ответ на все части вопроса, включая определения, формулы и графики.
- 8 – дан полный ответ на все части вопроса, но ответ содержит неточности.
- 5 – дан ответ не на все части вопроса или ответ содержит небольшие ошибки.
- 3 - дан ответ не на все части вопроса и ответ содержит ошибки.
- 0 – ответ на вопрос отсутствует или неверен.

Декан факультета ФН _____ В.О. Гладышев

Заведующий кафедрой ФН2 _____ И.Ю. Савельева